数学コラム(1)

# 自転車，お寺の屋根，振り子時計

西山豊

表題の３つの言葉を使って作文しなさい．まるで国語の問題のようであるが，これはれっきとした数学の問題である．ただし，私の講義を聞かずに解答すると，単なる紀行文となって不合格となる．一体どこが数学なのだろうか？

学生時代は講義をサボって寺回りをよくしたものだ．京都には古寺が多く，市電ではなく自転車で一日かけて京都の町をまわる楽しさがある．自転車から想像する図形は何だろうか．２つの車輪と車軸などから，円と直線と答えるかもしれない．実はこれ以外にサイクロイドという曲線が自転車にはひそんでいる．私が学んだ高校数学の教科書にサイクロイド曲線が掲載されていたのを思い出す．自転車のタイヤのどこかに目印のシールを張り付ける．車輪が回転しながら前進するとき，張り付けたシールの軌跡を真横から眺めるとサイクロイドとなる．シールの位置は最下位の地面から，最上位の車輪の直径の高さまでを周期的に繰り返す．この軌跡は円または楕円の半分を描いているように見えるが，正確にはサイクロイドである．こんな不思議な曲線を描く自転車に乗りながら寺回りをする．

お寺を２つほど回ったころで雨が降り出した．京のにわか雨だ. 1970 年代にこういうタイトルの歌が流行った．私には傘もない．仕方なく雨宿りしながらお寺の屋根に流れる雨だれを観察する．お寺の屋根を眺めると疑問がわく．お寺や神社の屋根は，どうして直線でないのだろうか．最短距離は直線であるから，斜面を直線にしてもよさそうだが，お寺の屋根は二次関数を下に凸にしたような形になっている．そこで，微積分の講義で，最速降下曲線について学んだことを思い出した. 斜面に球を転がす場合，最も速く下に到達するためにはサイクロイド曲線に沿って転がすことである.

直線に比べて二次関数のほうが早く到達するのは，球が加速されるからだ．だとするなら三次関数や四次関数などの高次関数の方がいいと思うが，次数が増えると逆に距離が長くなり時間がかかってしまう. 曲線の形（関数）を未知数として到達時間を最小にする問題は変分学として確立されるが，サイクロイドは微積分学が出現するより前に発見されている. 自転車のタイヤに張り付けたシールが描く軌跡を，上下反転させたものが最速降下曲線となる．どちらもサイクロイドであり，自転車とお寺の屋根がサイクロイドでつながっている.

そんなことを発見して満足しているころ，雨も止み暗くなったので帰路に向かう．お寺の周りには民芸店や骨董屋が, 大学の周りには古本屋が多くあり，そしてこれらには必ずといっていいほど柱時計が掛っていた．柱時計は振り子の原理を応用したものであるが，振り子時計がサイクロイドと関係していることを私はごく最近になって知った.

振り子の等時性はガリレオ（1564-1642）が発見した．ひもの長さと周期に簡単な公式が成り立つ. ただし，振り子の振れ幅が小さいとき，つまり $\theta$ と $\sin\theta$ がほぼ等しいときだけで, 振れ幅が大きくなると振り子時計に誤差が生じる．ホイヘンス（1629-1695）は振り子の左右にサイクロイドの制御板を用いて，振り子が大きく振れないようにし，ガリレオの振り子時計を改良して，より正確に時を刻む機構を考案した.

数学は難しくて役に立たないといわれるが，数学こそ役に立つ学問であり，私たちはサイクロイド曲線の恩恵を受けていることを忘れてはならない.

（にしやまゆたか／大阪経済大学）

「数学コラム」『理系への数学』2011 年 7 月号, Vol.44, No.7, 53